

平成27年度 大学院理学系研究科博士前期課程（生物科学専攻）
秋募集 入学試験問題

専門科目

試験時間：13：00～16：30

配点（合計）：400点

問題は、問題I～問題XXまで、全部で20題あります。その中から8題を選択して解答しなさい。

注意

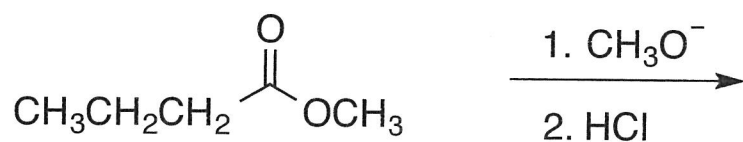
- (1) A4 解答用紙を8枚配付します。配られた解答用紙の枚数を確認しなさい。不足の場合は速やかに申し出なさい。
- (2) 各解答用紙の所定の欄に、受験番号、氏名を必ず記入しなさい。
- (3) 解答は、選択した問題ごとに、それぞれ別の解答用紙に記入しなさい。解答用紙の所定の欄に、選択した問題番号（ローマ数字）を必ず記入すること。
- (4) 解答用紙の表面に解答を書ききれない場合には、裏面を使用しなさい。計算や下書きは、問題用紙の余白を使いなさい。

問題I. 以下の(1)～(3)の反応について生成物の構造式を示し、反応機構を説明しなさい。

(1)



(2)



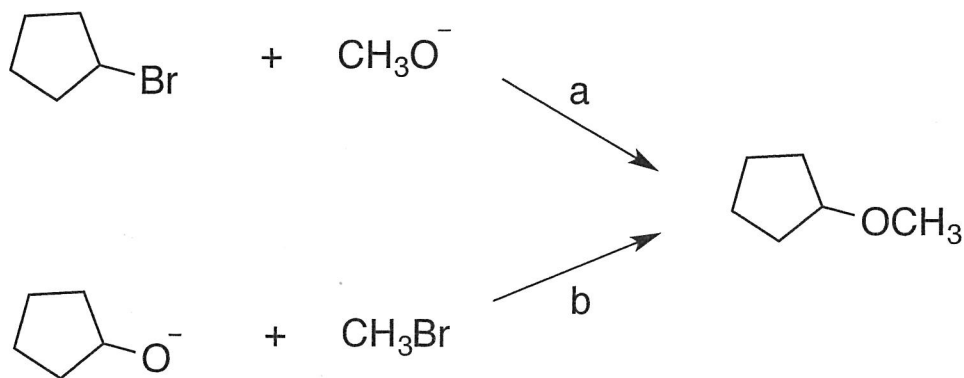
(3)



問題 II. 以下の問 1 ~ 問 3 に答えなさい。

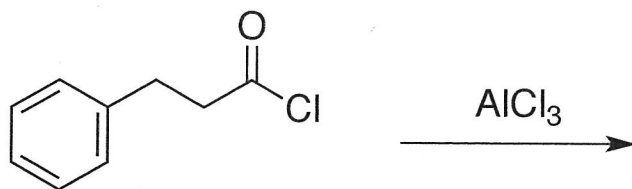
問 1. NH_3 や CH_3NH_2 はプロトン化されると求核反応性を失う。その理由について説明しなさい。

問 2. ハロゲン化アルキルとアルコキシドアニオンとの $\text{S}_{\text{N}}2$ 反応によりエーテルを合成することができる。シクロペンチルメチルエーテルを収率よく得るためには、a あるいは b のどちらの組み合わせが良いか、その理由とともに示しなさい。

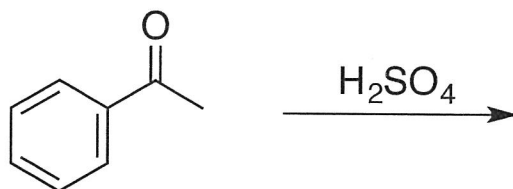


問 3. 以下の (1) ~ (5) の反応について、主生成物を示しなさい。

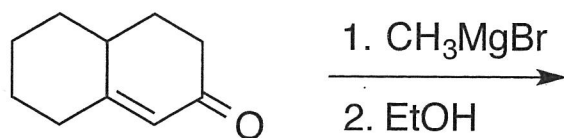
(1)



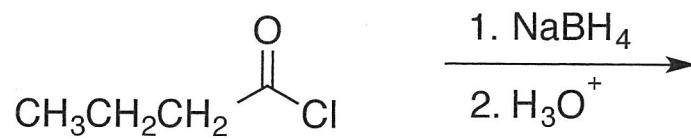
(2)



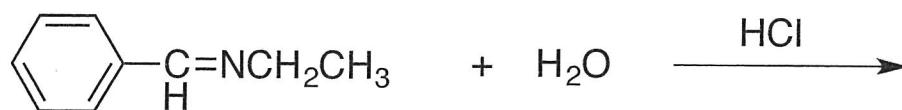
(3)



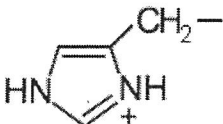
(4)



(5)



問題 III. 下の表は、5種類のアミノ酸について、側鎖の構造と、 α -カルボキシル基、 α -アミノ基、アミノ酸側鎖それぞれの酸解離定数の負の常用対数 (pK_a) の値をまとめたものである。この表を参考にして、問1～問5に答えなさい。

アミノ酸側鎖 の構造	pK_a		
	α -カルボキシル基	α -アミノ基	アミノ酸側鎖
H-	2.35	9.78	—
HS-CH ₂ -	1.92	10.70	8.37
HOOC-CH ₂ -	1.99	9.90	3.90
H ₃ N ⁺ -(CH ₂) ₄ -	2.16	9.06	10.54
	1.80	9.33	6.04

問1. リシンは水溶液中において、pHにより4通りのイオン構造をとり得る。この4種のイオン構造を、水溶液が低pHから高pHに変わるとに従って生じる順にすべて書きなさい。

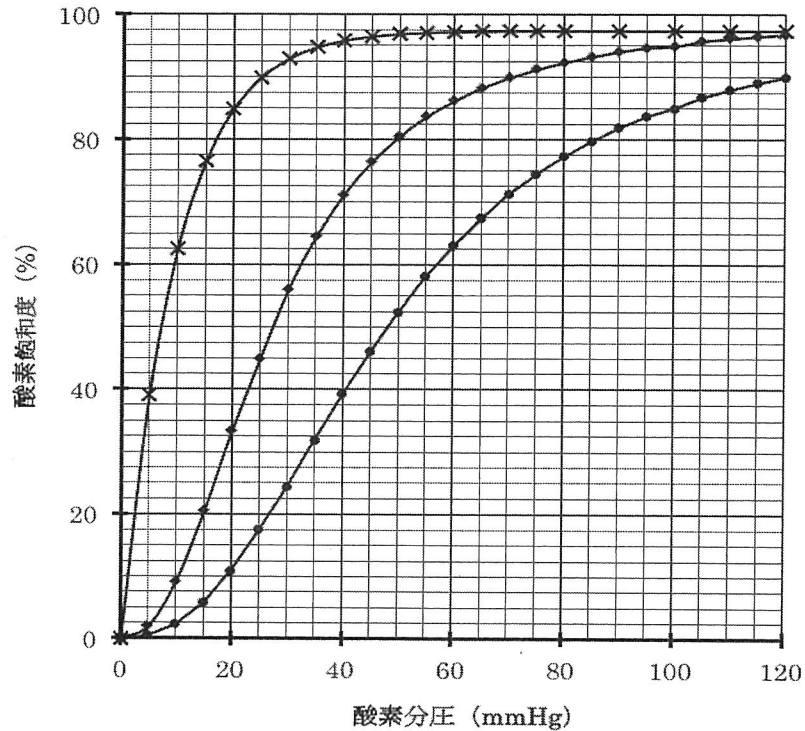
問2. リシン、およびグリシンの等電点を求めなさい。

問3. グリシンは緩衝液によく利用されている。グリシンの緩衝領域（緩衝作用が有効なpHの範囲）をすべて答えなさい。

問4. ヒトの赤血球内のpHは、おもに炭酸と、あるアミノ酸の緩衝作用により約7.25に維持されている。あるアミノ酸とは何か、表の中から1つ選び、その名称を答えなさい。また、それを選んだ理由を説明しなさい。

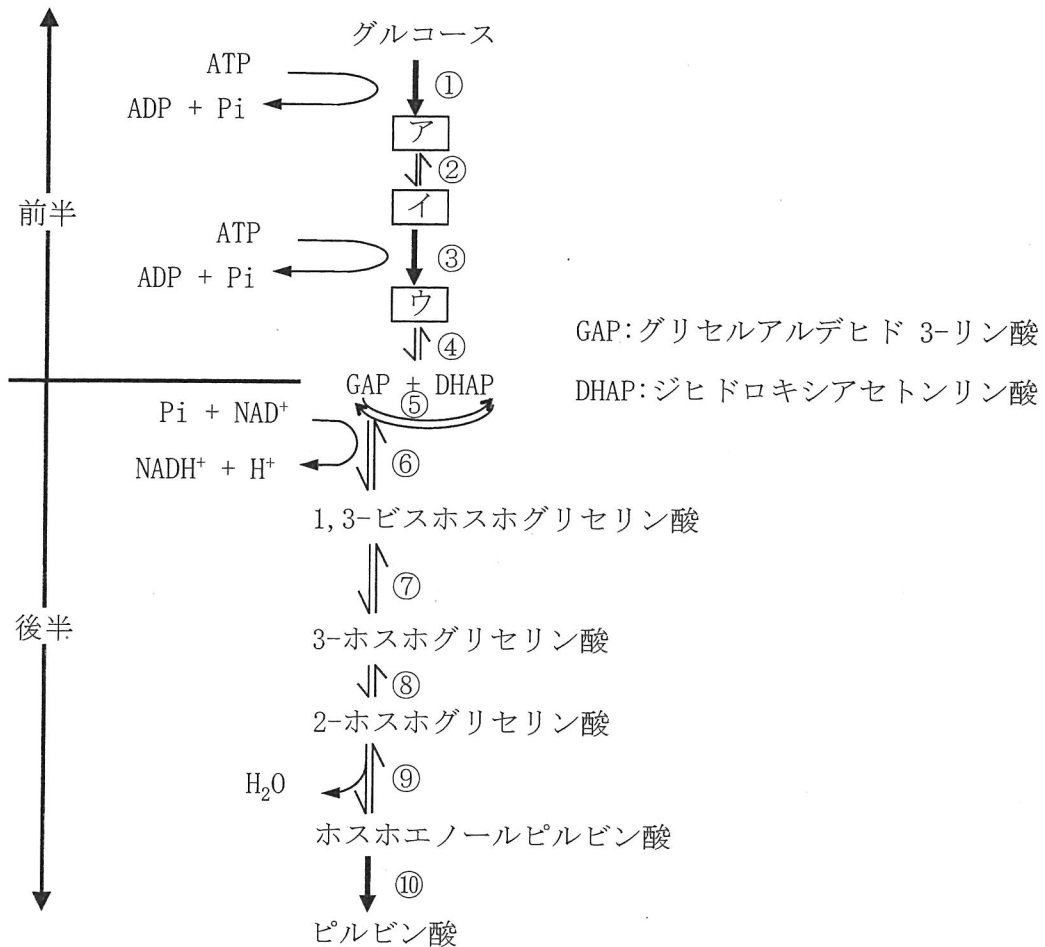
問5. 蛋白質のジスルフィド結合 (S-S) は、システインが酸化されることで形成されるが、これと、別のシステインのチオール基 (SH) が反応して、S-Sの架け替えが起こることがある。この架け替え反応はpHが低いほど遅く、pH6.5の時はpH8.5の時に比べて速度はおよそ100分の1となる。この理由を説明しなさい。

問題 IV. 下の図は、pH7.4 の条件下で得たヒト・ミオグロビンの酸素解離曲線と、pH6.8 および pH7.4 の条件下で得たヒト・ヘモグロビンの酸素解離曲線である。問 1～問 5 に答えなさい。



- 問 1. ミオグロビンを最も多く含むヒトの組織の名称を答えなさい。
- 問 2. 生体内で機能している、ヘモグロビン分子とミオグロビン分子の立体構造の違いを、40 字以内で説明しなさい。
- 問 3. ヘモグロビンとミオグロビンの酸素結合機構の違いを、分子の立体構造の違いを基に説明しなさい。
- 問 4. ヘモグロビン、ミオグロビンそれぞれについて、pH7.4 の条件下、酸素分圧が 100 mmHg の時と 25 mmHg の時の酸素飽和度の差 (%) を、図から読み取り答えなさい。
- 問 5. 肺胞の動脈血の酸素分圧はおよそ 100 mmHg で、末梢組織の静脈血の酸素分圧はおよそ 25 mmHg である。ヘモグロビン、ミオグロビンそれぞれの生体内での役割を説明し、両蛋白質の酸素結合特性が、それぞれの役割に適していることを、問 4 で読み取った値に言及して説明しなさい。

問題 V. 下の図は解糖系の代謝過程を表している. これを見て問 1 ~ 問 5 に答えなさい.



問 1. 反応開始物質であるグルコースは D-アルドース型のヘキソースの一つである. 同分子に存在する炭素原子のなかで (1) キラル中心となる炭素の数, (2) それに由来してできるグルコースの立体異性体の数, および (3) 同分子が閉環型になったときに生じる二つの立体異性体の名称を書きなさい.

問 2. ヘキソースを 2 分子のトリオースに分解する解糖系の前半の反応過程に関して, 図中の **ア**, **イ**, **ウ** の化学物質の名称, および ①, ②, ⑤ の反応過程を触媒する酵素名を書きなさい.

問 3. ① の過程を触媒する酵素のファミリーには, 細胞内シグナル伝達において重要な働きをする酵素が多く存在している. それらの酵素が行うシグナル伝達調節機構について説明しなさい.

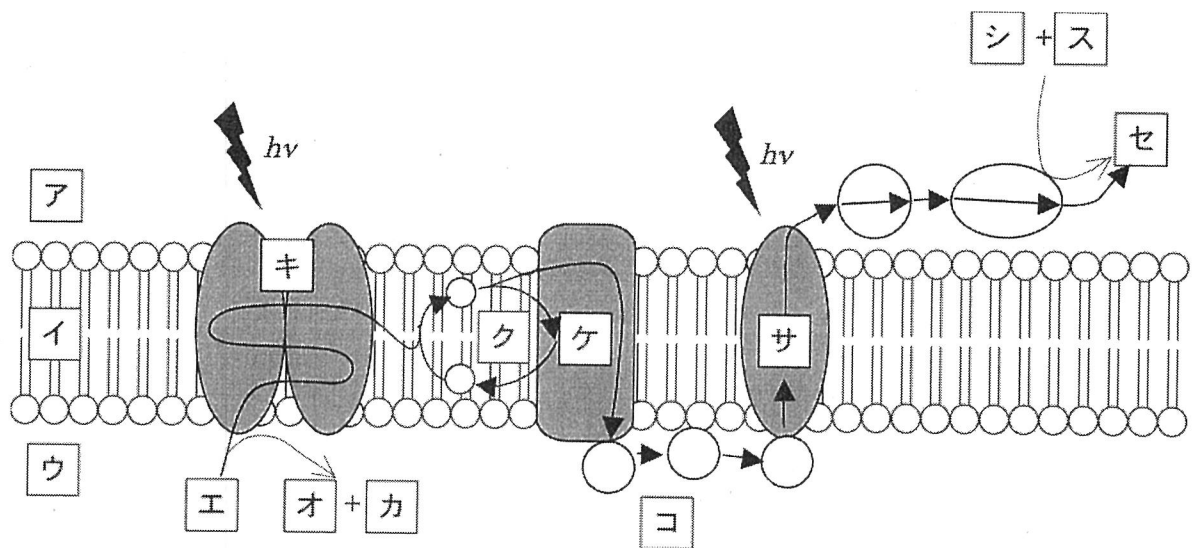
問4. ⑤の過程を触媒する酵素は、他の多くの酵素に共通な α/β フォールド構造をもつ。しかしこれらの酵素はその分子構造の相似性にもかかわらず、アミノ酸配列のホモロジーは低い。その共通フォールド構造の起源に関して2つの説が提唱されている。二つの説の(1)名称を書き、(2)それぞれの概要を説明しなさい。

問5. 図の後半の⑥～⑩における反応過程のうちの2つの過程で、各々1分子のATPが合成される。解糖系はそれら2過程の反応と共役させてATPの合成反応を行っている。下表は主要なリン酸化合物加水分解の標準自由エネルギー変化を示す。この表を用いてATP合成が可能な2つの過程を推測し、(1)それら2つの過程の番号を書きなさい。(2)1つめの過程の反応の自由エネルギー変化を含む反応式、ATP合成反応の自由エネルギー変化を含む反応式、およびそれらの反応が共役したときの全反応式とエネルギー収支(単位を忘れないように)をそれぞれ書きなさい。(3)2つめの過程についても(2)と同様に、3つの反応式およびエネルギー収支を書きなさい。

化合物	ΔG° (kJ/mol)
ホスホエノールピルビン酸	-61.9
1,3-ビスホスホグリセリン酸	-49.4
アセチルリン酸	-43.1
ホスホクレアチン酸	-43.1
ピロリン酸 (PPi)	-33.5
ATP (\rightarrow AMP + PPi)	-32.2
ATP (\rightarrow ADP + Pi)	-30.5
グルコース 1-リン酸	-20.9
フラクトース 6-リン酸	-13.8
グルコース 6-リン酸	-13.8
グリセロール 3-リン酸	-9.2

問題 VI. 植物の葉緑体やシアノバクテリアでは、光エネルギーによって酸化されたクロロフィルが電子を伝達することによって還元力を生み、プロトン濃度勾配を形成することによって ATP を合成する。生じた還元力と ATP は、CO₂ 同化に利用される。これについて問 1～問 4 に答えなさい。

問 1. 下図は光酸化による電子伝達系の模式図である。→ は電子の流れを、→ は化学反応を示している。図中の [ア]～[セ] に適当な語を入れなさい。[ク] は分子名を表している。



問 2. 電子伝達因子の一つである [ク] は [イ] の中を拡散しながら、[ア] と [ウ] の間でプロトン濃度勾配を形成する。これは [ク] サイクルと呼ばれ、同様な機構がミトコンドリア電子伝達系のプロトン濃度勾配の形成においても重要な役割を果たしている。[ケ] には [ク] との相互作用部位が 2 か所あり、[ク] の酸化還元状態によってその相互作用特異性が異なる。2 か所の相互作用部位が存在することを考慮して、[ク] サイクルによって [ア] と [ウ] の間でプロトン濃度勾配が形成されるしくみを説明しなさい。

問 3. 上に示した電子伝達系で [セ] を生成するためには、[キ] と [サ] 2 つの反応中心が光エネルギーによって励起される必要がある。反応中心クロロフィルの光酸化反応が 2 段階で必要な理由を、電子伝達体と生成物 [セ] の還元電位の関係から説明しなさい。

問 4. CO₂ 同化をおこなう酵素は、CO₂ 欠乏時に O₂ を同化する。O₂ 同化によって植物は明反応で生成した ATP を消費して CO₂ を排出するため、一見無駄な反応

に思われる。しかし、この機構はシアノバクテリアから植物まで広く保存されており、重要な意味をもつと考えられる。(1) この CO_2 または O_2 を同化する酵素の略称ではなく正式名称 (2) CO_2 欠乏時に O_2 を同化する反応の名称を書きなさい。また (3) 光合成におけるその反応の意義を説明しなさい。

問題 VII. 大腸菌におけるタンパク質合成に関する問 1～問 3 に答えなさい.

問 1. 下の用語すべてをそれぞれ 1 回以上用いて, ポリペプチド鎖の伸長反応を説明しなさい.

用語: A サイト, P サイト, アミノアシル tRNA, ペプチジル tRNA
EF-G, EF-Tu, EF-Ts, GTP

問 2. 「ストリンジェント応答」とは何か, アラーモンの具体例をあげて, 説明しなさい.

問 3. tRNA によるコドンの認識における「ゆらぎ仮説」とは何か, 塩基対の具体例をあげて, 説明しなさい.

問題 VIII. 真核細胞において、転写後に起こる反応に関する問 1～問 4 に答えなさい。

問 1. 真核細胞の mRNA の 5' 末端にみられる修飾は何か、答えなさい。また、この修飾において、5' 末端に付加されるヌクレオチドを A, C, G, U の中から 1 つ選ぶとともに、このヌクレオチドと mRNA との結合様式を答えなさい。

問 2. 真核細胞の mRNA の 3' 末端にみられる修飾は何か、答えなさい。また、この修飾を触媒する酵素名を答えなさい。

問 3. スプライシングにおける「GU-AG 則」と「分枝部位」とは何か、説明しなさい。

問 4. RNA 編集に関与する酵素を (ア)～(カ) の中から 1 つ選びなさい。また、その酵素の基質となる残基を A, C, G, U の中から 2 つ選びなさい。

(ア) メチルトランスフェラーゼ, (イ) デメチラーゼ, (ウ) アミノトランスフェラーゼ, (エ) デアミナーゼ, (オ) アセチルトランスフェラーゼ, (カ) デアセチラーゼ

問題IX. 放射線による遺伝子損傷の修復機構と人体への影響に関する問1～問6に答えなさい。

問1. 放射線によるDNA 2本鎖切断は、主に2つの異なる修復系によって修復される。それぞれの名称を答えなさい。

問2. 問1の2つの修復系を比較すると、修復活性の細胞周期依存性に違いが見られる。その違いを説明しなさい。

問3. 放射線によって2つの異なる染色体のそれぞれ1カ所にDNA 2本鎖切断が生じたとする。これらのDNA 2本鎖切断の修復時に誤った再結合が行われた場合、分裂中期染色体像において安定型と不安定型の2種類の交換型染色体異常が観察される。このとき観察される2種類の染色体異常を、2つの異なる染色体が互いに判別できるようにして図に描きなさい。ただし、染色体切断端は全て再結合するものとし、部分的な再結合は考えなくてもよい。

問4. 放射線による人体への影響は、放射線防護の観点から2つに分類される。それぞれの影響の名称を答えなさい。

問5. 問4の2つの影響に含まれる人体影響の具体例を、それぞれ2つずつあげなさい。

問6. 問4の2つの影響には、主要な相違点が2つある。それぞれの相違点を説明しなさい。

問題X. 免疫応答におけるリンパ球の抗原認識に関する下の文を読み、問1～問5に答えなさい。

リンパ球は、獲得免疫において重要な役割を担う細胞であり、B細胞とT細胞に分けられる。これらの細胞表面には抗原としての病原体を認識する受容体がある。それらは、B細胞では膜型の(ア)であり、T細胞では(イ)である。免疫応答において、(イ)が認識する抗原は、病原体タンパク質が分解されて生じる短いペプチド断片である。この病原体由来ペプチドをT細胞に提示する役割を担うのが、(a) 抗原提示細胞である。抗原提示細胞は、主要組織適合遺伝子複合体(MHC)分子と病原体由来ペプチドとの複合体を細胞表面に提示し、T細胞はこのペプチド—MHC複合体を認識する。

MHC分子には、MHCクラスI分子とMHCクラスII分子の2種類がある。このうち、細胞外病原体由来の抗原提示に用いられるのが(ウ)であり、細胞内病原体由来の抗原提示に用いられるのが(エ)である。これら2種類のMHC分子には2種類のT細胞がそれぞれ応答して防御反応を起こす。MHCクラスI分子とともに提示される抗原を認識するのは、細胞表面に(オ)とよばれる分子を持つ(カ)であり、MHCクラスII分子とともに提示される抗原を認識するのは、細胞表面に(キ)とよばれる分子を持つ(ク)である。

問1. (ア)～(ク)に最も適当な語を、それぞれ答えなさい。

問2. 下線部(a)の細胞名を2つ答えなさい。

問3. (オ)や(キ)は、補助受容体ともよばれ、全てのT細胞は(オ)または(キ)のどちらか一方を発現している。T細胞と抗原提示細胞との相互作用において、補助受容体が果たす役割について説明しなさい。

問4. B細胞とT細胞における抗原認識の違いについて説明しなさい。

問5. MHCクラスI分子はからだ中のほとんど全ての細胞が発現しているのに対し、MHCクラスII分子の発現は抗原提示細胞に限られている。この理由を説明しなさい。

問題XI. 細胞相互作用に関する下の文を読み、問1～問4に答えなさい。

多くの動物細胞は、細胞膜外側に広がる細胞外物質が形成する網目状の細胞外マトリクスで囲まれている。細胞外マトリクスは、単なる詰め物ではなく、しばしば細胞の(ア)と(イ)に重要な役割を果たすと考えられている。細胞外マトリクスは、繊維状タンパク質が相互作用して三次元ネットワークを形成しており、構成タンパク質としては、(ウ)重らせん構造をとる(エ)、コンドロイチン硫酸、(オ)、(カ)などの酸性糖を多く含むタンパク質-多糖複合体である(キ)、RGDループを介して(ク)と相互作用する(ケ)、ヘテロ三量体である(コ)などがある。

問1. (ア)～(コ)に入る最も適切な語を、それぞれ答えなさい。

問2. 細胞は、様々な形に変形する。シャーレ上に正方形の細胞を培養したい。どのようにすれば細胞を正方形に変形して培養できるか、説明しなさい。

問3. 両生類初期胚の二つの領域(外胚葉と中胚葉)を細胞にまでばらばらにした後、混合した。この混合細胞を培養し続けるとどうなるか、説明しなさい。

問4. 問3の現象には、細胞間接着因子が関与している。細胞間接着因子を4つ答えなさい。

問題XII. 真核生物の遺伝子発現に関する下の文を読み、問1～問4に答えなさい。

高等真核生物において様々な種類の細胞を区別する表現型の違いは、タンパク質をコードする遺伝子、すなわちRNAポリメラーゼ (ア) により転写される遺伝子の発現の違いに大きく依存している。このような遺伝子の発現は原則的には、(a) パッケージされたDNA (遺伝子) の構造変化、転写開始、転写産物のプロセッシング、mRNAの細胞質への輸送、mRNAの翻訳のどこか1つのステップで調節されている。中でも(b)転写開始は遺伝子の発現の主要な制御点となる。細胞を区別する表現型の違いは、転写開始調節因子の一つであるアクチベーターの種類と組み合わせによって生じる。(c)アクチベーターは、様々な方法で活性化される。

問1. 上の (ア) に入るローマ数字を答えなさい。

問2. 下線(a)に関して、具体的にどのような現象か、説明しなさい。

問3. 下線(b)に関して、真核生物の転写開始の機構について、下記の用語すべてをそれぞれ1回以上用いて説明しなさい。

用語：プロモーター、エンハンサー、アクチベーター、コアクチベーター、RNAポリメラーゼ、応答配列、基本転写因子

問4. 下線(c)に関して、アクチベーターの活性化のされ方を5つ答えなさい。

問題 XIII. ホルモンに関する次の文を読み、問 1～問 4 に答えなさい。

動物では、細胞間のコミュニケーションを仲介する情報伝達物質をホルモンと称している。植物においても、非常に^(a)低濃度で著しい生物活性を示す情報伝達物質を生合成しており、それらのいくつかは植物ホルモンと呼ばれている。現在までのところ、植物ホルモンとして知られているものは 、、、、、、 に属する物質または物質群である。また、最近、理化学研究所の研究グループが植物の「枝分かれ現象」などを制御する を発見したが、これにも植物ホルモンとしての位置づけが与えられるべきであると考えている研究者も少なくない。

植物ホルモンは、植物の器官、組織あるいは細胞間を移動してその作用を発揮するが、中でも は植物の^(b)構造的極性に従って移動することが明らかにされている。この現象を と呼んでいる。

問 1. ～ に適当な語句を入れて文章を完成させなさい。

問 2. 下線部(a)について、この場合の低濃度とはどの程度の濃度範囲を指しているか。その範囲をモル濃度で答えなさい。

問 3. 下線部(b)について、植物の芽生えの茎および根におけるこの植物ホルモンの移動方向を適当な図を用いて説明しなさい。

問 4. 下線部(b)について、この植物ホルモンの細胞間の移動を、現在一般に受け入れられている化学浸透モデル (chemiosmotic model) に基づいて詳述しなさい。

問題 XIV. 植物は様々な環境刺激に反応し、自身の成長方向を変化させる。2つの主要な環境刺激による植物の成長方向を制御している誘導システムについて問1～問4に答えなさい。

問1. 植物が光に対して成長方向を変化させる現象を何と呼ぶか、また、この現象の誘導に効果的な光の波長を答えなさい。

問2. 植物が重力刺激に従ってその成長方向を変化させる現象を何と呼ぶか、植物の茎および根についてそれぞれ答えなさい。

問3. 光や重力以外の物理的な刺激によって植物は自身の成長方向を変化させる。代表的な物理的的刺激とその刺激によって植物自身の成長方向を変化させる現象を答えなさい。

問4. 植物の茎や根が、光および重力刺激に従ってその成長方向を変化させるメカニズムを、植物ホルモンや植物生理活性物質の動態の観点からその分子レベルの知見を含めて説明しなさい。

問題 XV. 液胞の機能について次の実験を行った. 問 1 ~ 問 4 に答えなさい.

チンゲンサイ葉肉細胞よりプロトプラストを単離し, プロトプラスト懸濁液の一部をスライドグラスに載せた. その後, プロトプラスト懸濁液に少量の水を加えて, 顕微鏡を用いて液胞がプロトプラストから出てくる様子を観察した. 液胞の観察を容易にするため, 実験では, プロトプラスト懸濁液に中性赤を加え, 前もって液胞を中性赤で染めておいた. 中性赤は生きている植物細胞に積極的に取り込まれて液胞にたまることから液胞の観察によく用いられる. また, 中性赤は水素イオン濃度指示薬なので, 液胞が着色したときの色調から液胞内の水素イオン濃度が推定される. 中性赤の色調と pH の関係は以下のとおりである.

アルカリ性 (pH8) \longleftrightarrow 中性 \longleftrightarrow 酸性 (pH5)
黄色 \longleftrightarrow 橙色 \longleftrightarrow 赤色

問 1. 液胞はどのような色に染まると考えられるか述べなさい. また, そのような色に染まる機構を述べなさい.

問 2. 実験では, プロトプラスト懸濁液に少量の水を加え, 液胞をプロトプラストから遊離させた. なぜ, 少量の水を添加することによって液胞をプロトプラストから遊離させることができるのかその理由を述べなさい.

問 3. ATP の添加が液胞の色調に及ぼす効果を調べるため, 次の 2 つの実験 (ア), (イ) を行った. 実験 (ア), (イ) それぞれの場合, ATP 溶液の添加によって液胞の色調がどのように変化すると予想されるか, 理由をつけて説明しなさい.

(ア) プロトプラスト懸濁液に中性赤を加え液胞を染めた. その後 ATP 溶液を加え色調の変化を観察した.

(イ) プロトプラスト懸濁液に中性赤を加え液胞を染めた. さらにプロトプラスト懸濁液に少量の水を加え液胞をプロトプラストから遊離させた. その後 ATP 溶液を加え色調の変化を観察した.

問 4. 液胞の機能を 3 つ述べ, それぞれ簡潔に説明しなさい.

問題 XVI. クラウンゴールに関する次の文を読み、問 1～問 3 に答えなさい。

アグロバクテリウム (*Agrobacterium tumefaciens*) は植物に感染しクラウンゴール (crown gall) と呼ばれる植物ガン組織 (こぶ状の細胞塊) を作る。この感染メカニズムの研究結果から植物の形質転換系が開発された。

問 1. アグロバクテリウムの感染による植物ガン組織ができるメカニズムを説明しなさい。

問 2. アグロバクテリウムを用いて多くの形質転換植物が作られている。その方法を簡潔に説明しなさい。

問 3. 形質転換植物において、導入した遺伝子が発現していることを示すため (ア) と (イ) について証明したい。どのようにすればよいか、それぞれ簡潔に説明しなさい。

(ア) 導入した遺伝子の mRNA が形質転換植物で発現している。

(イ) 導入した遺伝子の産物であるタンパク質が形質転換植物で合成されている。

問題 XVII. (a) 動物のなかには個体群密度が高くなると分散するものがある. そのような分散はその動物種個体の空間分布を理想自由分布という状態にすることがある. Whytham (1980) は, 虫こぶを作るハコヤナギアブラムシが理想自由分布することを示した. 本種は春, 幹母とよばれる母虫が葉についてそこに虫こぶを作り, その中に単為生殖で幼虫を産みつける. 彼は, いろいろな大きさの葉で幹母数と生産した子の数をしらべたところ, 下図のような結果を得た. 理想自由分布について, 問1~問3に答えなさい.

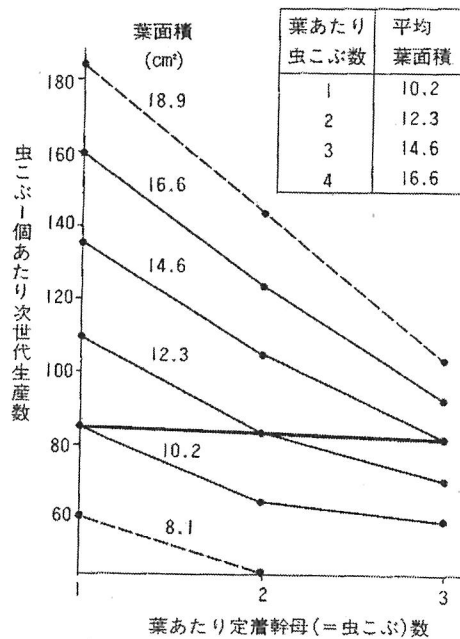


図 ハコヤナギアブラムシの増殖と葉のサイズおよび葉あたり幹母数の関係. 上下の点線は, 最大と最小の葉面積でのデータである. 太い横線は理想自由分布を示す (Whytham, 1980 を改変).

問 1. 下線部(a)の分散以外に動物が高密度を回避する戦略があるが, どのような戦略かを簡潔に説明しなさい.

問 2. 葉のサイズ, 幹母の数, 産まれる子の数との関係について, 図からわかることを説明しなさい.

問 3. この個体群全体で幹母数が 1, 2, 3 のときの幹母 1 匹あたりの平均の子の生産数は, 図の太い横線で示されるようにいずれも約 85 匹であった. このような結果になったのは理想自由分布が実現したためだが, これは幹母たち各個体が, どのように分散したためなのかを説明しなさい.

問題 XVIII. マイマイガは夏に 500 粒くらいの卵を塊で木の幹に産みつける. ある研究者がこのマイマイガの卵塊が産みつけられた高さを, 降雪量が異なる日本の 6ヶ所の森林で調査した. その結果が図 1 である. この結果について問 1 ~ 問 4 に答えなさい.

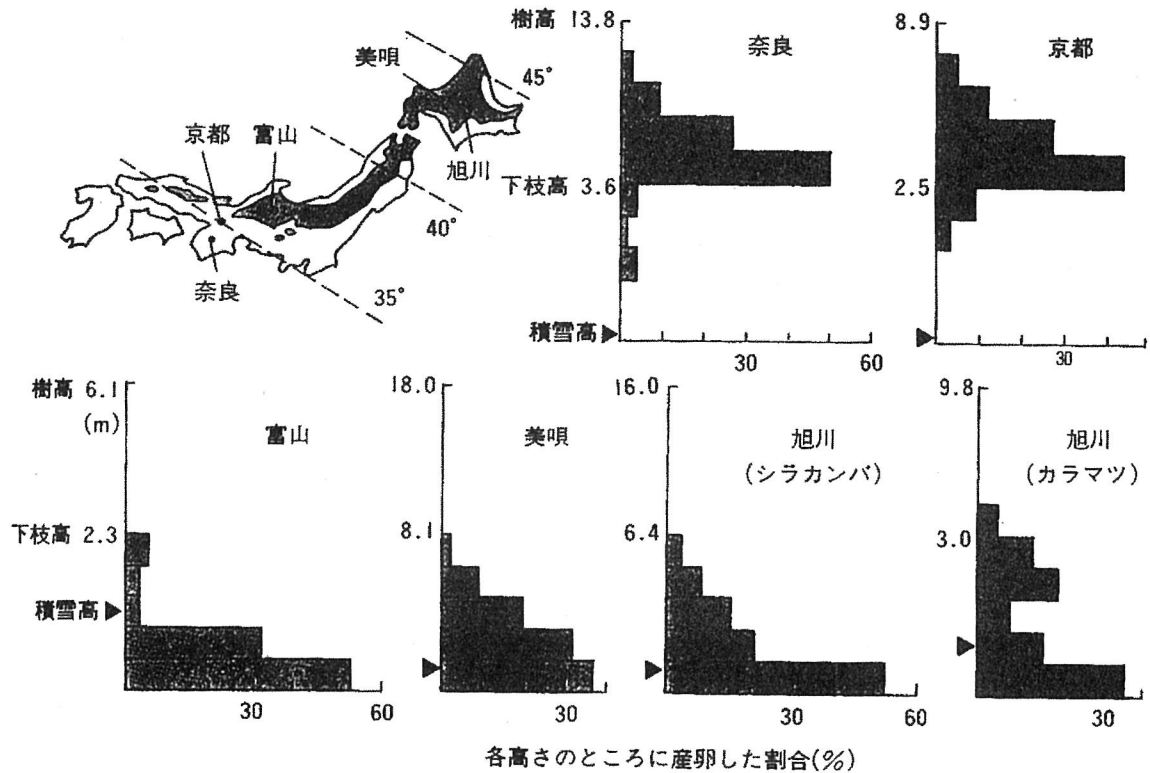


図 1. マイマイガが産卵する幹上の高さの違い. 地図の黒い部分は 1 m 以上雪の積もる地域 (東浦, 1989 より).

問 1. 図 1 に示されていることを簡潔に説明しなさい.

問 2. マイマイガの卵は鳥にとってまずい餌らしく, 普段はあまり捕食されない. しかし, 冬に雪がたくさん降った時など他の餌が手に入らないとき, 鳥は非常食としてマイマイガの卵を利用する. 図 2 は, 美唄のシラカンバ林において, 1975 年から 1982 年までの毎年, 雪より下の卵塊と上の卵塊の生存率を比較し, その年の林全体における卵塊の捕食率との関係を調べた結果である. この図 2 に示されていることを簡潔に説明しなさい.

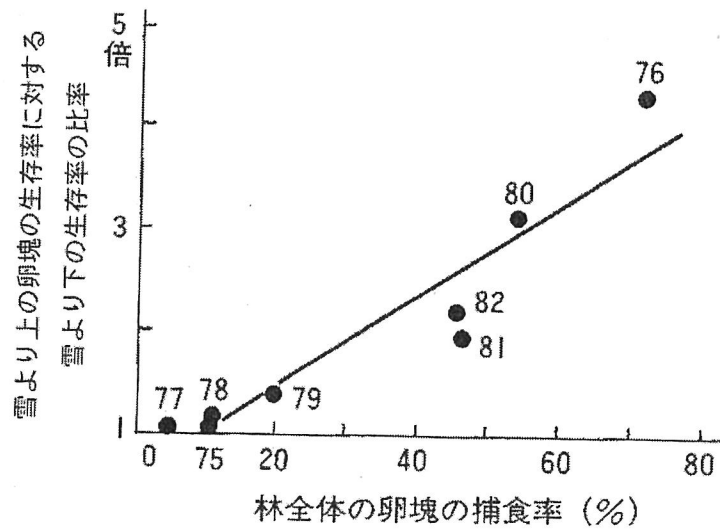


図2. 雪より下の卵塊と上の卵塊の生存率の違い. 添字は産卵した年 (東浦, 1989).

問3. 図2の結果にもとづいて, 図1の結果が生じた理由を, マイマイガの産卵戦略の観点から説明しなさい.

問4. 毎年の降雪量を昆虫が予測することは難しいことであるが, このように環境の変動が予測できない時に有利になる生物の戦略名をあげなさい.

問題 XIX. 以下の問 1 と問 2 に答えなさい.

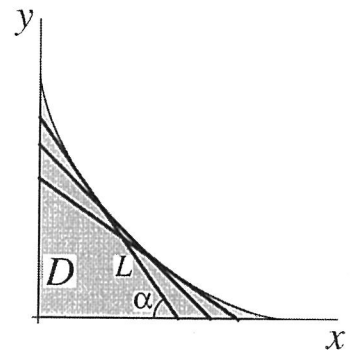
問 1. 無限級数に関する以下の問に答えなさい.

- (1) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k}$ が発散することを示しなさい.
- (2) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)}$ の和を求めなさい.
- (3) $p > 1$ のとき $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^p}$ が収束することを示しなさい.

問 2. xy 平面において, 長さ 1 の線分 L が, 両端をそれぞれ x 軸上と y 軸上に置きながら第 1 象限 (座標軸を含む) を動くときの軌跡を D とする (下図).

以下の問に答えなさい.

- (1) L と x 軸の負方向のなす角が α であるとき,
 L の両端の座標を α を用いて表しなさい.
- (2) 点 (x, y) が D に含まれる条件を求めなさい.
- (3) D の面積を求めなさい.



問題 XX. 以下の問 1 と問 2 に答えなさい.

問 1. 行列 $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & a \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ とベクトル $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ b \end{pmatrix}$, $\mathbf{y} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ b \end{pmatrix}$ について以下の

問に答えなさい.

- (1) \mathbf{x} と \mathbf{Ax} , \mathbf{y} と \mathbf{Ay} がそれぞれ直交するときの a, b の値を求めなさい.
- (2) \mathbf{x} と \mathbf{y} によって生成されるベクトル部分空間の正規直交基底を求めなさい.
- (3) \mathbf{A} が逆行列を持たないような a の値を求めなさい.
- (4) a が (3) で求めた値以外するとき, \mathbf{A} の逆行列を求めなさい.

問 2. 行列 $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ について以下の問に答えなさい.

- (1) \mathbf{B} の固有値を求めなさい.
- (2) ${}^t\mathbf{PBP}$ が対角行列となるような正方行列 \mathbf{P} を求めなさい. ただし ${}^t\mathbf{P}$ は \mathbf{P} の転置行列を表す.